



TITLE:

Extremal transition and quantum cohomology(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Xiao, Jifu

CITATION:

Xiao, Jifu. Extremal transition and quantum cohomology. 京都大学, 2015, 博士(理学)

ISSUE DATE:

2015-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k19259>

RIGHT:

学 位 審 査 報 告 書

(ふりがな) 氏 名	しょう きちふく 肖 吉 福
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 号
学位授与の日付	平成 27 年 9 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析 専攻
(学位論文題目) Extremal transition and quantum cohomology (端転移と量子コホモロジー)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 入谷 寛 准教授 吉川 謙一 教 授 加藤 毅 教 授

(続紙 1)

京都大学	博士（理 学）	氏 名	肖 吉福
論文題目	Extremal transition and quantum cohomology		
(論文内容の要旨)			
<p>2つの滑らかな射影代数多様体 X_{res} および X_{sm} がある Gorenstein 特異点を持つ射影多様体 X_{sing} の各々クレパント解消 (crepant resolution) および smoothing になっているとき, X_{res} と X_{sm} は端転移 (extremal transition) の関係にあるという. 端転移の下で超弦理論がどのように変化するかは物理学者によって興味を持たれ調べられてきた問題である. 一方で, 量子コホモロジーの変化を調べることは数学的にも意味がある重要な問題となる. 肖吉福氏は学位論文において以下の結果を得た.</p> <p>(I): 3次元の conifold transition と呼ばれる端転移の場合に, Li と Ruan の有名な結果 (Invent. Math. 2001) を用いて X_{sm} の量子コホモロジーが X_{sm} の量子コホモロジーにおいて例外曲線に対応する Novikov 変数 q_{exc} を 1 に制限したものの部分商 (subquotient) として実現されることを示した. またこの部分商を定めるフィルトレーションは次の2つの自然な記述を持っている. (a) $X_{\text{res}}, X_{\text{sing}}, X_{\text{sm}}$ のコホモロジーの間の自然な写像から定まる. (b) X_{res} の量子接続の特異性に沿っての nilpotent residue から定まる.</p> <p>(II): (I) で得た観察について, 旗多様体 $Fl(1, 2, 3)$ の例で実際に正しいことを確認した. さらに同様の現象が成り立つかどうかを高次元の2つの例で検証した. 具体的にはグラスマン多様体 $Gr(2, 4)$ および $Gr(2, 5)$ のトーリック退化 (Gonciulia–Lakshmibai, Batyrev–Ciocan-Fontanine–Kim–van Straten) に伴う端転移について同様の現象を示した.</p> <p>以上が本論文の主要結果である.</p>			

(論文審査の結果の要旨)

Gromov-Witten 不変量や量子コホモロジーは自明な形の関手性 (functoriality) をもたず、それが多様体の手術・変形の下でどのように振舞うかを調べることは興味深い問題である。端転移 (extremal transition) はその中でも基本的な手術であり、例えば、複素3次元多様体の中の実2次元球面を実3次元球面で置き換える conifold transition と呼ばれる端転移が有名である。conifold transition の下で Gromov-Witten 不変量がどのように変化するかは Li と Ruan によって調べられていた。

肖吉福氏は (指導教員である入谷寛との共同研究で) Li と Ruan の結果を量子コホモロジーの言葉でいいかえ、smoothing の量子コホモロジーが resolution の量子コホモロジーの部分商として書くことができることを観察した。さらに同様の観察が高次元の二つの例 ($Gr(2,4)$ および $Gr(2,5)$) でも成り立つことを具体的計算により示した。ここで興味深いことは、resolution の量子コホモロジーの特異点における量子積の residue は resolution のコホモロジーにあるフィルトレーションを定め、smoothing の量子コホモロジーはその部分商となっている、という観察である。肖氏の学位論文は、高次元の端転移のもとでの量子コホモロジーの変化を初めて記述したものであり、重要である。またミラー対称性から、本論文で観察されたものと同様の現象はより一般の端転移で成り立っていると考えられ、今後の研究の進展が期待される。

よって、本論文は博士 (理学) の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成27年7月8日に試問を行った結果、合格と認めた。